

## Formula fondamentale della trigonometria

La prima e forse la più importante formula della trigonometria è la cosiddetta  
**“FORMULA FONDAMENTALE”**

Essa deriva dall'applicazione del teorema di Pitagora al triangolo OPH

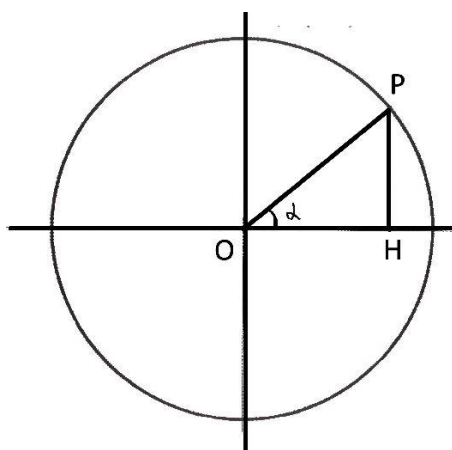
Per il teorema di Pitagora si ha:

$$\overline{PH}^2 + \overline{OH}^2 = \overline{OP}^2$$

$OP=1$  poiché è il raggio della circonferenza goniometrica,  $PH$  è  $\text{sen} \alpha$  e  $OH$  è  $\text{cos} \alpha$ .

Il teorema diventa così la FORMULA FONDAMENTALE della trigonometria

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$



Questa formula è fondamentale perché stabilisce una “relazione” tra le funzioni goniometriche e ciò consente di scriverle ciascuna in funzione dell'altra come si vede nello specchio qui sotto

<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Valore da trovare ↓</div> <div style="margin: 0 10px;">→</div> <div>Valore noto</div> </div>	$\text{sen} \alpha$	$\text{cos} \alpha$	$\text{tg} \alpha$	$\text{ctg} \alpha$
$\text{sen} \alpha$		$\pm \sqrt{1 - \text{cos}^2 \alpha}$	$\pm \frac{\text{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \alpha}}$
$\text{cos} \alpha$	$\pm \sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha}$		$\pm \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\text{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \alpha}}$
$\text{tg} \alpha$	$\pm \frac{\text{sen} \alpha}{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha}}$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \text{cos}^2 \alpha}}{\text{cos} \alpha}$		$\frac{1}{\text{cotg} \alpha}$
$\text{ctg} \alpha$	$\pm \frac{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha}}{\text{sen} \alpha}$	$\pm \frac{\text{cos} \alpha}{\sqrt{1 - \text{cos}^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\text{tg} \alpha}$	

Analogamente si procede per ricavare  $\text{sec} \alpha$  e  $\text{cosec} \alpha$  ricordando quanto riportato a lato

$$\text{sec} \alpha = \frac{1}{\text{cos} \alpha}$$

$$\text{cosec} \alpha = \frac{1}{\text{sen} \alpha}$$

La formula fondamentale della trigonometria, può sicuramente considerarsi come il punto di partenza per lo studio della trigonometria (la parola “fondamentale” non è a caso). Per imparare a sfruttare bene questa formula e per memorizzarla, sono utili esercizi come questi che seguono

### Esercizio 1

Come si può facilmente verificare, scrivere 1 al posto di  $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha$  ha consentito di semplificare l'espressione

$$\begin{aligned} & \text{sen}\alpha(\text{sen}\alpha + 1) + (\text{cos}\alpha + 1)^2 - 1 - \text{sen}\alpha = \\ & = \cancel{\text{sen}^2 \alpha} + \cancel{\text{sen}\alpha} + \text{cos}^2 \alpha + 2\text{cos}\alpha + \cancel{1} - \cancel{1} - \cancel{\text{sen}\alpha} = \\ & = 1 + 2\text{cos}\alpha \end{aligned}$$

### Esercizio 2

Anche in questo esercizio  $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x$  è stato sostituito con 1

$$\begin{aligned} & (\text{sen}x + \text{cos}x)^2 - 2\text{sen}x(\text{sen}x + \text{cos}x) - 2\text{cos}^2 x = \\ & = \cancel{\text{sen}^2 x} + \cancel{\text{cos}^2 x} + \cancel{2\text{sen}x\text{cos}x} - 2\text{sen}^2 x - \cancel{2\text{sen}x\text{cos}x} - 2\text{cos}^2 x = \\ & = 1 - 2\text{sen}^2 x - 2\text{cos}^2 x = \\ & = 1 - 2(\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x) = 1 - 2 \cdot 1 = 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$