Monomi

Definizione

Un monomio è un'espressione algebrica costituita da un prodotto tra una parte numerica, detta coefficiente, e una parte letterale composta da una o più lettere, tutte con esponente intero positivo (tranne nei monomi di grado 0 in cui non compaiono lettere, compare solo il coefficiente). All'interno di un monomio non possono comparire somma e sottrazione (non sarebbe più un monomio)

Questo è un monomio	$3a^2bc$
Questo non è un monomio	$3bx + 2x^2$

Forma normale

Un monomio si dice ridotto in forma normale se lettere e coefficienti non sono ripetuti

Forma non normale	$3a^3b^2c2a^4b^24ax^2$
Forma normale Per ridurlo in forma normale bisogna moltiplicare tra loro i coefficienti e le lettere, ricordando di sommare gli esponenti delle lettere uguali	$24a^8b^4cx^2$

Grado di un monomio

Il grado di un monomio è dato dalla somma dei gradi delle lettere che lo compongono. Il grado rispetto ad una determinata lettera invece è dato dal grado con cui si trova quella lettera

Questo è un monomio di grado 15. La somma degli esponenti è infatti: 8+4+1+2=15	$24a^8b^4cx^2$
Questo è un monomio di grado: 8 rispetto alla lettera a 4 rispetto alla lettera b 1 rispetto alla lettera c 2 rispetto alla lettera x	$24a^8b^4cx^2$

Nota

Un numero si considera come un monomio di grado zero. Se in una lettera non compare nessun esponente, allora è sottinteso che sia di grado 1

Monomi simili

Due o più monomi si dicono simili se hanno la stessa parte letterale. Si dicono opposti se hanno stessa parte letterale ma coefficiente opposto

Monomi simili	$(4a^2b)$ $\quad(-2a^2b)$ $\quad\left(\frac{1}{3}a^2b\right)$
Monomi non simili	$(4a^3b^2)$ $\quad(-5a^2x)$
Monomi opposti	$(-7xy)$ $\quad(+7xy)$

Somma algebrica di monomi

Per eseguire correttamente una somma algebrica tra monomi occorre ricordare tre cose: 1. Si possono sommare solo monomi simili 2. Dopo aver effettuato una somma la parte letterale non cambia 3. Ciò che cambia sono i coefficienti numerici	Esempio: $4a^3x+2ab-6a^2x^2+a^3x+3a^2x^2-2ab=$ $4a^3x+\cancel{2ab}-6a^2x^2+a^3x+3a^2x^2-\cancel{2ab}=$ $(4+1)a^3x+(-6+3)a^2x^2+(2-2)ab=$ $5a^3x-3a^2x^2$

Prodotto tra monomi

Per eseguire il prodotto tra due o più monomi, occorre moltiplicare nell'ordine: segni, numeri (o coefficienti) e lettere. Per quanto riguarda le lettere, si ricorda che il prodotto tra due potenze che hanno stessa base è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la SOMMA degli esponenti:

$$b^m \cdot b^n = b^{m+n}$$

Per i segni, la regola è quella sui numeri relativi, come riportato qui sotto

Se sono concordi il risultato è positivo	$(+)\cdot(+)=+$	$(-)\cdot(-)=+$
Se sono discordi il risultato è negativo	$(+)\cdot(-)=-$	$(-)\cdot(+)=-$

In questo esempio, sono stati moltiplicati prima i segni, poi i coefficienti e infine sono stati sommati gli esponenti delle lettere uguali. Se in una lettera non compare alcun esponente, è sottinteso che sia 1	Esempio di un prodotto tra tre monomi $-3a^2bx^3\cdot(-2a^4\cdot x^2)\cdot(+4b^3x^6)=+24a^6b^4x^{11}$ (Si consiglia di svolgere tutto il prodotto in un unico passaggio)

Divisione tra monomi		
Per eseguire la divisione tra due o più monomi, occorre dividere nell'ordine: segni, numeri e lettere esattamente come per la moltiplicazione. Per quanto riguarda le lettere, si ricorda che il quoziente tra due potenze che hanno stessa base è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la DIFFERENZA tra gli esponenti: $b^m : b^n = b^{m-n}$ Per i segni la regola è quella sui numeri relativi, come riportato qui sotto		
Se sono concordi il risultato è positivo	$(+):(+)= +$	$(-):(-)= +$
Se sono discordi il risultato è negativo	$(+):(-)= -$	$(-):(+)= -$

In questo esempio, è stata fatta prima la divisione tra i segni, poi tra i coefficienti e infine è stata calcolata la differenza tra gli esponenti delle lettere uguali. Da notare che la y è "sparita" perché il risultato della sottrazione dei suoi esponenti ha dato 0 (zero) e qualunque numero elevato 0 è uguale a 1	Esempio di una divisione tra tre monomi $\left(+12x^7y^8z^6\right):\left(-2x^3y^2z^3\right):\left(-3x^2y^6z^2\right)=+2x^2z$ Si deve svolgere prima la divisione tra i primi due monomi e poi si divide il risultato ottenuto per il 3°monomio (si procede in "sequenza" da sinistra verso destra)

Potenza di un monomio	
Per eseguire la potenza di un monomio occorre considerare prima il segno, poi il coefficiente (che si moltiplica per sé stesso tante volte quanto lo dice l'esponente) e poi le lettere.	
La potenza di una potenza è uguale ad una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il PRODOTTO degli esponenti	$\left(b^m\right)^n = b^{m\cdot n}$
Esempio	$\left(-3a^2b^3xt^4\right)^3 = -27a^6b^9x^3t^{12}$

Tutte le regole appena viste, si applicano ovviamente allo stesso modo anche qualora i coefficienti siano frazionari e non interi. Inoltre, per risolvere correttamente le espressioni, oltre che applicare queste regole, bisogna ricordare di dare "le precedenze". Occorre cioè svolgere prima i calcoli dentro le parentesi tonde, poi dentro le quadre e poi nelle graffe. Bisogna ricordare inoltre che si eseguono nell'ordine: potenze, moltiplicazioni e divisioni e poi somme e sottrazioni. Se la potenza si riferisce ad una quantità tra parentesi e all'interno ci sono ancora dei calcoli da fare, prima si svolgono quei calcoli e poi si svolge la potenza.

Massimo comun divisore tra monomi		
Il massimo comun divisore tra monomi (**MCD**), è quel monomio il cui coefficiente è il MCD tra i coefficienti dei monomi dati e la cui parte letterale è costituita dalle lettere **comuni** prese **una sola volta** con **il minimo** esponente. Il MCD è il più grande tra i divisori comuni		
Esempio. Calcolo del MASSIMO COMUN DIVISORE tra monomi		
$16a^2b^5c$	$12a^4b^3$	$18a^6bc^4x$
Scomponendo si ottiene:		
$2^4a^2b^5c$	$2^2\cdot 3\cdot a^4b^3$	$2\cdot 3^2\cdot a^6bc^4x$
Quindi il massimo comun divisore è:		
MCD	$2a^2b$	

Minimo comune multiplo tra monomi		
Il minimo comune multiplo tra monomi (**mcm**), è quel monomio il cui coefficiente è il **mcm** tra i coefficienti dei monomi dati e la cui parte letterale è costituita dalle lettere **comuni e non comuni**, prese **una sola volta** con **il massimo** esponente. Il **mcm** è il più piccolo tra i multipli comuni		
Esempio. Calcolo del MINIMO COMUNE MULTIPLO tra monomi		
$16a^2b^5c$	$12a^4b^3$	$18a^6bc^4x$
Scomponendo si ottiene:		
$2^4a^2b^5c$	$2^2\cdot 3\cdot a^4b^3$	$2\cdot 3^2\cdot a^6bc^4x$
Quindi il minimo comune multiplo è:		
mcm	$2^4\cdot 3^2\cdot a^6b^5c^4x = 144a^6b^5c^4x$	

Esercizio

$$\left(a^2b\right)^3\left(-2ab^2\right)^3-\left(\frac{1}{2}a^2b^2\right)^3\left(-2ab\right)^3+\left(\frac{3}{2}a^2b^2\right)^4\left(-\frac{4}{9}ab\right)=$$

$$=\left(a^6b^3\right)\left(-8a^3b^6\right)-\left(\frac{1}{8}a^6b^6\right)\left(-8a^3b^3\right)+\left(\frac{81}{16}a^8b^8\right)\left(-\frac{4}{9}ab\right)=$$

$$=\left(a^6b^3\right)\left(-8a^3b^6\right)-\left(\frac{1}{\cancel{8}^{1}}a^6b^6\right)\left(-\cancel{8}^{1}a^3b^3\right)+\left(\frac{\cancel{81}^{9}}{\cancel{16}^{4}}a^8b^8\right)\left(-\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{9}^{1}}ab\right)=$$

$$=-8a^9b^9+a^9b^9-\frac{9}{4}a^9b^9=\left(-8+1-\frac{9}{4}\right)a^9b^9=$$

$$=\frac{-32+4-9}{4}a^9b^9=-\frac{37}{4}a^9b^9.$$